|  |  |
| --- | --- |
| Przedmiot | Sztuczna inteligencja i inżynieria wiedzy |
| Lista nr 2 | Sudoku- backtracking and forward checking algorithm |
| Autor | Góral Dominik, 242345 |

1. W ramach listy nr 2 mieliśmy zapoznać się z problemami spełniania ograniczeń (Constraint Solving Problem). Zatem musieliśmy zwrócić uwagę na 3 podstawowe problemy:

- zmiennych

- dziedzin

- ograniczeń

Celem w problemach CSP było znalezienie takie przypisania wartości z dziedzin do zmiennych, aby wszystkie ograniczenia były spełnione.

1. Nasz problem głównie opierał się o sudoku. Zatem mieliśmy 81 zmiennych, którym przypisywaliśmy wartości z dziedziny liczb całkowitych od 1 do 9. Ograniczenia, które musiały zostać spełnione:
   1. W każdym z wierszy musi znajdować się tylko raz każda z cyfr od 1 do 9,
   2. W każdej z kolumn musi znajdować się tylko raz każda z cyfr od 1 do 9,
   3. W każdym małym kwadracie 3x3 musi znajdować się tylko raz każda z cyfr od 1 do 9
2. Aby znaleźć rozwiązanie można by oczywiście losować wartości poszczególnych zmiennych i sprawdzać czy zostały spełnione wszystkie ograniczenia. Nie jest to jednak dobra metoda. Zdecydowanie lepiej spisuje się algorytm przeszukiwania z nawrotami. Polega on na przypisywaniu wartości zmiennym z ich dziedzin. W przypadku gdy zostanie złamane, któreś z ograniczeń cofamy się i przypisujemy inne wartości z dziedzin.  
     
   Kolejnym rozwiązaniem jest metoda sprawdzania w przód, które jest bardzo podobne do algorytmu przeszukiwania z nawrotami, ale po przypisaniu wartości do zmiennej korygujemy nasze dziedziny. Tym samym ograniczamy ilość wartości które musimy sprawdzić dla wybranych zmiennych.
3. Oprócz algorytmów możemy także dobierać heurystyki dotyczące wyboru zmiennych i wyboru wartości.

W przypadku wyboru zmiennych zdefiniowałem 3 heurystyki:

* 1. W kolejności definicji
  2. Zmienna najbardziej ograniczona
  3. Pierwsza z dostępnych w najbardziej wypełnionym kwadracie

W przypadku wyboru wartości zdefiniowałem 4 heurystyki:  
a. W kolejności definicji  
b. W losowej kolejności  
c. Wartość najmniej ograniczająca  
d. W kolejności odwrotnej do definicji

1. W badaniach należało podać czas do znalezienia pierwszego rozwiązania, liczbę odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania, liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania, całkowity czas działania metody, całkowitą liczbę odwiedzonych węzłów drzewa, całkowitą liczbę nawrotów, liczbę rozwiązań.
2. Badania- badanie dla wszystkich sudoku zostało przeprowadzone z wykorzystaniem heurystyki wyboru zmiennej z najbardziej ograniczoną dziedziną i wyboru wartości w kolejności zdefiniowania.

Backtraking algorithm

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 22 | 33 | 43 | 46 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania |  |  |  |  |  |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 455017 | 851067 | 7743612 | 103804 | - |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 454958 | 851008 | 7743554 | 103747 | - |
| Całkowity czas działania metody | 0,332 s | 0,224 s | 1,835 s | 0,988 s | 0,109 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 1586517 | 991429 | 9230861 | 4685160 | 420581 |
| Całkowita liczba nawrotów | 1586517 | 991429 | 9230861 | 4685160 | 420581 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 1 | 87 | 0 |

Forward checking

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 22 | 33 | 43 | 46 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania |  |  |  |  |  |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 4876 | 80919 | 20034 | 5303 | - |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 4817 | 80860 | 19976 | 5246 | - |
| Całkowity czas działania metody | 0,1389 s | 0,3265 s | 0,152 s | 0,1581 s | 0,1206 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 26763 | 87857 | 27461 | 27052 | 27995 |
| Całkowita liczba nawrotów | 26763 | 87857 | 27461 | 27052 | 27995 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 1 | 87 | 0 |

Badanie heurystyk zostanie przeprowadzone na trzech różnych sudoku: 7, 33, 43

Backtracking

Zmienna: Pierwsza w kolejności definicji

Wartość: w kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,011 s | 0,056 s | 0,024 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14972 | 219117 | 24339 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14913 | 219059 | 24282 |
| Całkowity czas działania metody | 0,0394 s | 0,1562 s | 0,0661 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 149408 | 804738 | 214055 |
| Całkowita liczba nawrotów | 149408 | 804738 | 214055 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Backtracking

Zmienna: Pierwsza w kolejności definicji

Wartość: najmniej ograniczająca

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,028 s | 0,191 s | 0,037 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14972 | 219117 | 24339 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14913 | 219059 | 24282 |
| Całkowity czas działania metody | 0,1369 s | 0,5865 s | 0,2003 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 149408 | 804738 | 214055 |
| Całkowita liczba nawrotów | 149408 | 804738 | 214055 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Backtracking

Zmienna: Pierwsza w kolejności definicji

Wartość: przeciwna do kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,013 s | 0,078 s | 0,019 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14972 | 219117 | 24339 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14913 | 219059 | 24282 |
| Całkowity czas działania metody | 0,0529 s | 0,2081 s | 0,1228 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 149408 | 804738 | 214055 |
| Całkowita liczba nawrotów | 149408 | 804738 | 214055 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Backtracking

Zmienna: Z najbardziej ograniczającej dziedziny

Wartość: najmniej ograniczająca

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,404 s | 6,301 s | 0,125 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 455017 | 7743612 | 103804 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 454958 | 7743554 | 103747 |
| Całkowity czas działania metody | 1,222 s | 6,99 s | 3,296 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 1586517 | 9238061 | 4685160 |
| Całkowita liczba nawrotów | 1586517 | 9238061 | 4685160 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Backtracking

Zmienna: Z najbardziej ograniczającej dziedziny

Wartość: przeciwna do kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,149 s | 1,9 s | 0,058 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 454958 | 7743554 | 103804 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 455017 | 7743612 | 103747 |
| Całkowity czas działania metody | 0,3911 s | 2,224 s | 1,564 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 1586517 | 9238061 | 4685160 |
| Całkowita liczba nawrotów | 1586517 | 9238061 | 4685160 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Backtracking

Zmienna: Z najbardziej ograniczającej dziedziny

Wartość: w kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,122 s | 1,319 s | 0,039 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 455017 | 7743612 | 103804 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 454958 | 7743554 | 103747 |
| Całkowity czas działania metody | 0,332 s | 1,835 s | 0,988 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 1586517 | 9230861 | 4685160 |
| Całkowita liczba nawrotów | 1586517 | 9230861 | 4685160 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Backtracking

Zmienna: pierwsza z najbardziej wypełnionego kwadratu

Wartość: w kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,043 s | 0,176 s | 0,005 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99647 | 651969 | 1979 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99588 | 651911 | 1922 |
| Całkowity czas działania metody | 0,1616 s | 0,6233 s | 0,151 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Całkowita liczba nawrotów | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Backtracking

Zmienna: pierwsza z najbardziej wypełnionego kwadratu

Wartość: przeciwna do kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,048 s | 0,215 s | 0,004 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99647 | 651969 | 1979 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99588 | 651911 | 1922 |
| Całkowity czas działania metody | 0,189 s | 0,811 s | 0,1641 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Całkowita liczba nawrotów | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Backtracking

Zmienna: pierwsza z najbardziej wypełnionego kwadratu

Wartość: najmniej ograniczająca

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,1 s | 0,531 s | 0,013 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99647 | 651969 | 1979 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99588 | 651911 | 1922 |
| Całkowity czas działania metody | 0,470 s | 2,194 s | 0,370 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Całkowita liczba nawrotów | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Pierwsza w kolejności definicji

Wartość: w kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,129 s | 1,266 s | 0,182 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14972 | 219117 | 24339 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14972 | 219059 | 24282 |
| Całkowity czas działania metody | 1,0585 s | 4,8514 s | 1,430 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 149408 | 804738 | 214055 |
| Całkowita liczba nawrotów | 149408 | 804738 | 214055 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Pierwsza w kolejności definicji

Wartość: najmniej ograniczająca

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,162 s | 1,390 s | 0,209 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14972 | 219117 | 24339 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14913 | 219059 | 24282 |
| Całkowity czas działania metody | 1,181 s | 5,227 s | 1,614 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 149408 | 804738 | 214055 |
| Całkowita liczba nawrotów | 149408 | 804738 | 214055 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Pierwsza w kolejności definicji

Wartość: odwrotnie do kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,128 s | 1,428 s | 0,199 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14972 | 219117 | 24339 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 14913 | 219059 | 24282 |
| Całkowity czas działania metody | 1,074 s | 4,9 s | 1,374 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 149408 | 804738 | 214055 |
| Całkowita liczba nawrotów | 149408 | 804738 | 214055 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Najbardziej ograniczona dziedzina

Wartość: W kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,03 s | 0,117 s | 0,036 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 4876 | 20034 | 5303 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 4817 | 19976 | 5246 |
| Całkowity czas działania metody | 0,1389 s | 0,152 s | 0,1581 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 26763 | 27461 | 27052 |
| Całkowita liczba nawrotów | 26763 | 27461 | 27052 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Najbardziej ograniczona dziedzina

Wartość: najmniej ograniczająca

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,038 s | 0,13 s | 0,043 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 4876 | 20034 | 5303 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 4876 | 19976 | 5246 |
| Całkowity czas działania metody | 0,1544 s | 0,1868 s | 0,1723 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 26763 | 27461 | 27052 |
| Całkowita liczba nawrotów | 26763 | 27461 | 27052 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Najbardziej ograniczona dziedzina

Wartość: Odwrotna do kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,035 s | 0,143 s | 0,034 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 4876 | 20034 | 5303 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 4817 | 19976 | 5246 |
| Całkowity czas działania metody | 0,1409 s | 0,1535 s | 0,1656 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 26763 | 27461 | 27052 |
| Całkowita liczba nawrotów | 26763 | 27461 | 27052 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Pierwsza z najbardziej wypełnionego kwadratu

Wartość: W kolejności odwrotnej do definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,654 s | 4,010 s | 0,029 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99647 | 651969 | 1979 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99588 | 651911 | 1922 |
| Całkowity czas działania metody | 3,748 s | 17,093 s | 2,907 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Całkowita liczba nawrotów | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Pierwsza z najbardziej wypełnionego kwadratu

Wartość: Najmniej ograniczająca

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,688 s | 4,196 s | 0,034s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99647 | 651969 | 1979 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99588 | 651911 | 1922 |
| Całkowity czas działania metody | 4,071 s | 18,246 s | 3,347 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Całkowita liczba nawrotów | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Forward checking

Zmienna: Pierwsza z najbardziej wypełnionego kwadratu

Wartość: W kolejności definicji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr sudoku | 7 | 33 | 43 |
| Czas do znalezienia pierwszego rozwiązania | 0,642 s | 3,714 s | 0,026 s |
| Liczba odwiedzonych węzłów drzewa do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99647 | 651969 | 1979 |
| Liczbę nawrotów wykonanych do znalezienia pierwszego rozwiązania | 99588 | 651911 | 1922 |
| Całkowity czas działania metody | 3,736 s | 16,284 s | 2,894 s |
| Całkowita liczba odwiedzonych węzłów drzewa | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Całkowita liczba nawrotów | 653549 | 3092801 | 477962 |
| Liczba rozwiązań | 1 | 1 | 87 |

Wnioski:

W większości przykładów nie zmieniała się ilość węzłów i nawrotów. Ilość nawrotów i odwiedzonych węzłów zależała tylko od heurystyk wyboru zmiennej. Zmieniał się natomiast czas. Dla forward checkingu- można powiedzieć, że najszybszą heurystyką wyboru zmiennej okazała się heurystyka polegająca na wyborze najbardziej ograniczonej zmiennej. Najgorsza okazała się moja heurystyka, polegająca na wyborze najbardziej wypełnionego kwadratu.

W przypadku backtracking algorithm najgorsza okazała się metoda wyboru zmiennej z najbardziej ograniczoną dziedziną i najmniej ograniczoną wartością. Dla reszty przypadków czas wychodzi o wiele lepszy.

Jeśli spojrzymy na ilości węzłów i nawrotów, wówczas lepszy jest algorytm forward checking.

Aczkolwiek ilość odwiedzonych węzłów do czasu znalezienia poprawnego rozwiązania zależy też od tego ile dane sudoku ma rozwiązań.

Więc podsumowując:  
 Backtracking- najlepszy wybór zmiennej zgodnie z kolejnością definiowania

Forward- najlepszy wybór zmiennej z najbardziej ograniczoną dziedziną